

## デジタルバタワースフィルタの極周波数を正確に制御する方法

97 / 9 / 21

概要：

アナログモデルシンセサイザーで、レゾナンス発振の周波数を正確に制御するためには、極の周波数を発振周波数に正確に合わせ、極を単位円に近づけるのが簡単と思われる。ただし、双一次変換法でアナログフィルタからデジタルバタワースフィルタを設計した場合、極の周波数はカットオフ周波数とずれる。これは、通過域平坦をうまく近似するため、結果としてそうなるのである。そこで、この「ずれ」を多項式近似し、指定した周波数に極を持つバタワースフィルタを設計することを目的とする。

### 【1】レゾナンス発振と極の周波数

アナログシンセサイザーのフィルタは、高調波制御を行う要素である。フィルタは単に高調波をカットし高調波の割合を変化させるだけではなく、レゾナンスと呼ばれる共鳴現象を作りピークを与え、独特な効果を得るのにも用いられる。

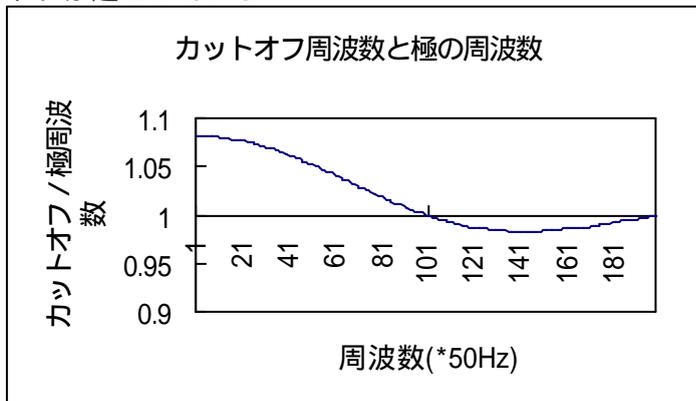
アナログの4次フィルタに、負帰還をかけると、カットオフ周波数の付近で位相が180度回転するので、カットオフ周波数付近では正帰還が起こり、レゾナンスと呼ばれる共鳴/発振現象が起こる。これは、特定の周波数にピークを持たせるのに便利である。

デジタルフィルタでこの効果を得ようとした場合は、位相のずれかたがアナログフィルタとは異なるので、アナログフィルタと同様に単純に負帰還をかけただけでは、共鳴の起こる周波数はカットオフ周波数からずれる。これは、フィルタに負帰還をかけることで極が移動するので、当然とも言える現象である。

そこで、ここでは、あらかじめ共鳴をおこさせたい周波数に極を持つデジタルフィルタを設計し、レゾナンスの深さ(帰還量)によって、その極を偏角を変えずに単位円に接近させることで、レゾナンスを実現させることを考える。

### 【2】バタワースフィルタの極周波数とカットオフ周波数のずれ

双一次変換法でデジタルバタワースフィルタを設計した場合、カットオフ周波数に最も近い周波数の極がカットオフ周波数に一致すると思われがちであるが、実際には次のようにずれが起こっている



fs=20Khz、次数=4 のデジタルバタワースフィルタの、カットオフ周波数と、カットオフ周波数に最も近い極の周波数との誤差

### 【3】周波数の補正

そこで、この極の周波数を正確に制御することを考える。こうすることで、フィルタのカットオフ周波数は理想から多少(数%)ずれるが、高調波制御という観点で見た場合、カットオフ周波数が数%ずれても音色にはほとんど影響が無い。一方、レゾナンス発振を音源に用いる場合、周波数精度は高精度に知覚されるので、共鳴(発振)周波数の精度を、カットオフ周波数の精度に優先することは理にかなっていると思われる。

方法：デジタルバタワースフィルタを双一次変換法により、複数のカットオフ周波数で設計し、そのカットオフ周波数と、極の周波数とで回帰計算を行い、希望する周波数の極を持つデジタルバタワースフィルタを設計するために、設計時に与える「カットオフ周波数」を多項式近似する。サンプリング周波数 20KHz で、10Hz-10KHz で近似を行った結果は次の式：

$$f(x)=-2.312222e+001 + 1.148769e+000 \cdot X -4.324348e-005 \cdot X^2 +2.882899e-009 \cdot X^3$$

つまり、ある周波数 X (Hz)の極を得るためには、x を式に代入して得られた f(x)の値をカットオフとして持つデジタルバタワースフィルタを設計すれば良いことになる。

上式の近似誤差を示す

